



آزمون حلی سنج یک - دفترچه پاسخ تشریحی - رشته ریاضی - دوازدهم

عنوان موارد امتحانی آزمون اختصاصی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰
۲	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰
۳	شیمی	۱۵	۶۱	۷۵

مدیر گروه		رسول دهقان
مسئول آزمون		آرش ایرانشاهی
مسئولین اجرایی		فرهاد کرد ، مجتبی خلیلی
صفحه آراء و مسئول تکنولوژی		سید محمد جواد محمودی نیا
نام درس	طراحان (اساتید)	ویراستاران (آقایان)
ریاضی و حسابان	حسین شفیع زاده	امیرحسین سعادت
آمار و احتمال و گسسته	علیرضا شریف خطیبی ، احسان ایزدپناه	امیرحسین سعادت ، محمدحسین اوصالی
هندسه	صبا مهدوی	محمدحسین ابوالحسن
فیزیک	محمد جواد حیدری ، پوریا دیار کجوری ، حسن محمدپور	آرین احمدی
شیمی	حسن ایزدی، سیدصمد صفوی، محمدرضا زهره‌وند، مسعود خوش طینت	امیرحسین مسلمی آرتین توسلی

@hellisanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- گزینه ۴

در دنباله حسابی با جمله ۱ اول a_1 و قدر نسبت d داریم :

$$a_n = a_1 + (n-1)d, S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

قدر نسبت دنباله حسابی را d فرض کنید .

$$2d = (4+2a) - (12-2a) = 4a-8$$

$$d = 2a-4$$

$$a_7 = a_1 + d = 12-2a+2a-4=8$$

$$a_{18} = a_1 + 17d = 12-2a+17(2a-4) = 32a-56$$

$$24^2 = a_7 a_{18} = 8 \times (32a-56) = 8^2 \times (4a-7)$$

$$9 = 4a-7 \rightarrow a = 4$$

جملات دنباله حسابی : $4, 8, 12, \dots$

$$S_7 = (2 \times 4 + 19 \times 4) = 84$$

-۲

$$S_n = (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_7 = 4a_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(2a_1 + 9d) = 4(a_1 + 9d)$$

$$\rightarrow 1 \cdot a_1 + 4.5d = 4a_1 + 36d$$

$$\rightarrow a_1 = \frac{-3}{2}d$$

$$\frac{a_8}{a_1} = \frac{a_1 + 7d}{a_1} = \frac{\frac{-3}{2}d + 7d}{\frac{-3}{2}d} = \frac{5}{3}$$

۳- گزینه ۲

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{درصد دایره های سیاه} = \frac{\frac{n(n+1)}{2} \times 100}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{n+1}{2n} \times 100$$

به ازای $n=20$ حاصل این درصد برابر $52/5$ است .

$$\begin{cases} \text{حسابی} \\ a, b, 40 : \rightarrow 2b = a + 40 \\ \text{هندسی} \\ 40 \text{ و } a, b : \rightarrow a^2 = 40 \cdot b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 = 40 \cdot \left(\frac{a+40}{2}\right) = 20a + 800$$

$$\Rightarrow a^2 - 20a - 800 = 0 \rightarrow a = -20, b = 10$$

$$\begin{cases} \text{دنباله حسابی} \rightarrow -20, 10, 40, \dots \rightarrow d = 30 \\ \text{دنباله هندسی} \rightarrow 10, -20, 40, \dots \rightarrow q = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{sum} = 28$$

$$a_n = An^2 + Bn + C$$

$$\begin{cases} a_1 = 4 \rightarrow A + B + C = 4 \\ a_3 = 18 \rightarrow 9A + 3B + C = 18 \\ a_5 = 48 \rightarrow 25A + 5B + C = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -1 \\ C = 3 \end{cases}$$

$$a_n = 2n^2 - n + 3 \Rightarrow \begin{cases} a = a_2 = 9 \\ b = a_4 = 31 \end{cases}$$

دنباله حسابی : ۹, ۳۲, ... $bn = 23n - 14$

$$b_n = a_{1.} \Rightarrow 23n - 14 = 193 \Rightarrow n = 9$$

حسابی : $a, a+d, \dots, a+4d, \dots$

درجه ۲ : $a, a+d, a+4d$

درجه ۲ : $a_n = An^2 + Bn + C$

$$\begin{cases} A + B + C = a \\ 4A + 2B + C = a + d \\ 9A + 3B + C = a + 4d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3A + B = d \\ 5A + B = 3d \end{cases} \Rightarrow 2A = 2d \Rightarrow \begin{cases} A = d \\ B = -2d \\ C = a + b \end{cases}$$

$$a_5 = 25A + 5B + C = 25d - 10d + a + d = a + 16d$$

$$ax^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-3}{a} \\ (\frac{\alpha}{\beta})(\frac{\beta}{\alpha}) = -1 \Rightarrow \alpha\beta = -1 \end{cases}$$

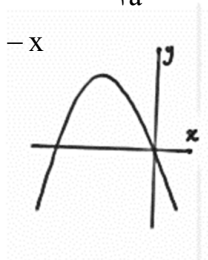
$$ax^2 + bx - \lambda = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = -\frac{b}{\lambda} \Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = -\frac{b}{\lambda} \\ \frac{-2}{a} = -1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{2} \\ \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = -\frac{b}{\lambda} \Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = -\frac{b}{\lambda} \\ \Rightarrow b = -6\lambda \end{cases}$$

محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = \frac{-b}{2a}$ است

محور تقارن $y = ax^2 + 6x + 1$ $\rightarrow x = -\frac{6}{2a} = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$

$$y = (2a + 1)x^2 - x = -2x^2 - x$$

پس از ناحیه اول عبور نمیکنند



معادله ای که ریشه های آن α و β باشد به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است که در آن $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ است.

$$3\alpha = 1 + \frac{1}{x} \rightarrow 3x^2 - x - 1 = 0$$

ریشه های این معادله را α و β مینمایم

$$\alpha + \beta = \frac{1}{3}, \alpha\beta = \frac{-1}{3}$$

معادله ای مینویسیم که ریشه های آن $2 - 3\alpha, 2 - 3\beta$ باشد.

$$S = 3\alpha - 2 + 3\beta - 2 = 3(\alpha + \beta) - 4 = -3$$

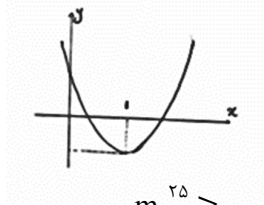
$$P = (3\alpha - 2)(3\beta - 2) = 9\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 4$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0 \rightarrow b + c = 2$$

۱۰- گزینه ۱

طول راس سهمی برابر $x = \frac{5}{2}$ است. ضریب x^2 مثبت است پس دهانه سهمی رو به بالا هست

$$x = \frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{25}{4} - 25 + m = m - \frac{25}{4}$$



کافی است راس سهمی در ناحیه چهارم نباشد پس: $m - \frac{25}{4} \geq 0 \rightarrow m \geq \frac{25}{4}$

حداقل m برابر $\frac{25}{4}$ است.

۱۱- گزینه ۴

$$\begin{cases} f(x) = a(x+1)(x-3) \\ f(0) = -3a \end{cases}$$

$$f(x) + f(0) = 0 \Rightarrow a(x+1)(x-3) - 3a = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-3) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 6 = 0$$

کافی است نمودار درجه ۲ به وجود آمده را یک واحد به راست انتقال دهیم تا ریشه های آن $\alpha+1$ و $\beta+1$ باشد.

$$(x-1)^2 - 2(x-1) - 6 = 0$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

۱۲- گزینه ۳

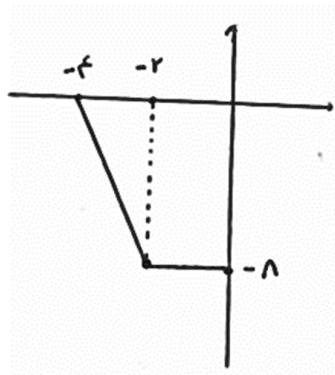
$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = -4, 2$$

$$f(0) = -8 \Rightarrow y_A = -8$$

برای محاسبه مختصات نقطه B. خط $y = -8$ را با سهمی تقاطع می‌دهیم.

$$x^2 + 2x - 8 = -8 \Rightarrow x = 0, -2 \Rightarrow B = (-2, -8)$$

$$S = \frac{4+2}{2} \times 8 = 24$$



۱۳- گزینه ۱

اگر α و β ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند آنگاه:

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} \text{ و } \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

فرمول ضرب ریشه ها را برای هر دو معادله مینویسیم

$$\begin{cases} \alpha\beta^2 = -1 & \text{ضرب} \\ \alpha^2\beta = -8 \end{cases} \Rightarrow \alpha^3\beta^3 = 8 \Rightarrow \alpha\beta = 2$$

اگر در معادله اول $\alpha\beta = 2$ را جایگزین کنیم مقدار $\beta = \frac{-1}{\alpha}$ و سپس $\alpha = -4$ دست می آید. حالا ما اکنون $\alpha = -4$ را در معادله اول $\beta = \frac{-1}{\alpha}$ را در معادله دوم جایگزین میکنیم.

$$\begin{cases} 16 - 4m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{15}{4} \\ \frac{1}{4} - \frac{1}{2}n - 8 = 0 \Rightarrow n = -\frac{31}{2} \end{cases} \Rightarrow m + n = \frac{-47}{4}$$

۱۴- گزینه ۳

برای اینکه از تابع اولیه به تابع ثانویه برسیم باید ورودی تابع $\frac{3}{4}$ برابر شود $(\frac{4}{3}$ انبساط افقی) و تابع $\frac{3}{4}$ برابر $(\frac{3}{4}$ انقباض عمودی)

۱۵- گزینه ۳

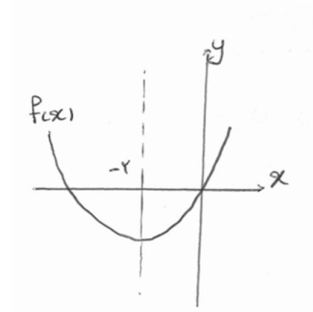
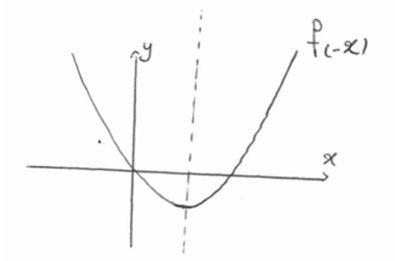
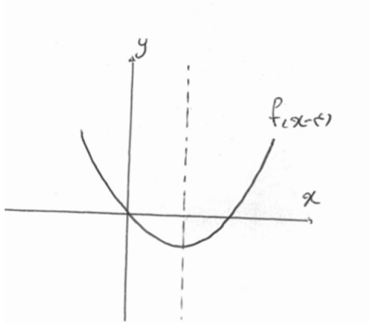
قرینه نمودار $f(x)$ نسبت به خط $x = a$ تابع $f(2a - x)$ است.

$$x=2 \text{ قرینه نسبت به } y = f\left(3 - \frac{4-x}{2}\right) = f\left(1 + \frac{x}{2}\right)$$

$$y = f\left(1 + \frac{x-1}{2}\right) = f\left(\frac{x+1}{2}\right) \text{ یک واحد به راست}$$

۱۶ - گزینه ۴

خط $x = -2$ محور تقارن f هست. پس اگر f را ۴ واحد به سمت راست انتقال دهیم و سپس نسبت به محور y ها قرینه کنیم مجدداً بر f منطبق میشود.



پس $f(-x)$ بر $f(x-4)$ منطبق است.

$$f(x-4) = f(-x)$$

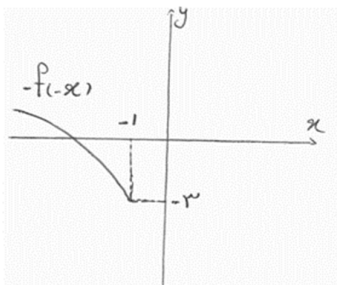
۱۷ - گزینه ۳

$$\begin{cases} (1) y = 4 - 3f\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow 3 = 4 - 3f\left(-\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{3} \\ (2) y = f(3 - 2x) \Rightarrow \beta = f(1) \end{cases}$$

$$(1, 2) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{\alpha}{2} = 1 \\ \beta = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha = -2$$

$$\alpha - \beta = -\frac{7}{3}$$

۱۸ - گزینه ۳



اگر نمودار $-f(-x)$ را سه واحد به بالا و یک واحد به چپ انتقال دهیم به تابع g میرسیم

$$g(x) = -f(-(x+1)) + 3$$

$$g(x) + f(-x-1) = 3$$

قرینه f نسبت به $y = x$ همان f^{-1} و قرینه $f(x)$ نسبت به مبدا همان $-f(-x)$ است .

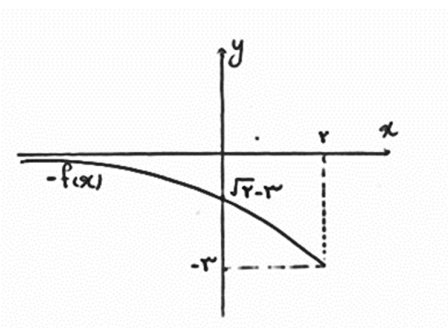
$$y = \frac{2x}{x-1} \rightarrow xy - y = 2x \rightarrow x = \frac{y}{y-2} \rightarrow f(x) = \frac{x}{x-2}$$











قرینه نسبت به مبدا : $-f^{-1}(-x) = -\frac{-x}{-x-2} = \frac{-x}{x+2}$

$$f = g \Rightarrow \frac{2x}{x-1} = \frac{-x}{x+2} \rightarrow 2x + 4 = -x + 1 \Rightarrow x = -1$$

$$\begin{cases} A(0,0) \\ B(-1,1) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{2}$$

بعد از رسم نمودار تابع $-f(x)$ که به شکل مقابل است ، واضح است که برای اینکه تابع با محوری برخورد نداشته باشد باید در ربع دوم باشد که باید ۳ واحد به سمت بالا (تابع به علاوه ۳ شود) و ۲ واحد به سمت چپ برود (ورودی تابع به علاوه ۲ شود) پس : $a > 3, b > 2$



<p>۲۳- گزینه ۳</p> 	<p>۲۲- گزینه ۴</p> 	<p>۲۱- گزینه ۲</p> 
<p>۲۶- گزینه ۲</p> 	<p>۲۵- گزینه ۲</p> 	<p>۲۴- گزینه ۲</p> 
<p>۲۹- گزینه ۱</p> 	<p>۲۸- گزینه ۲</p> 	<p>۲۷- گزینه ۲</p> 
<p>۳۰- گزینه ۲</p> 		

۳۱ - گزینه ۲

حاصل عبارات داده شده وقتی زوج است که n به صورت $4k$ یا $4k-1$ باشد که 290 تا از اعداد داده شده این خاصیت را دارند.

۳۲ - گزینه ۳

فقط در حالت آخر دو گزاره هم‌ارز نیستند چون ممکن است x^2 برابر ۱ باشد ولی x برابر ۱ نباشد.

۳۳ - گزینه ۲

۳۴ - گزینه ۴

حکم (اگر $A \cup B = A \cup C$ ، آنگاه $B = C$) غلط است و برای رد کردن آن از مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A \cup B = A \cup C$ باشد؛ اما $B \neq C$ که گزینه ۴ جواب است.

۳۵ - گزینه ۱

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب کرده و سپس تمامی عبارت‌ها را به سمت چپ نامساوی منتقل می‌کنیم:

$$a^2 + 5b^2 + k \geq a + b + 2ab \Leftrightarrow 2a^2 + 10b^2 + 2k \geq 2a + 2b + 4ab \Leftrightarrow 2a^2 + 10b^2 + 2k - 2a - 2b - 4ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 - 4ab + 4b^2) + 2k - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + (a-2b)^2 + (2k-2) \geq 0$$

سه عبارت $(a-1)^2$ ، $(b-1)^2$ و $(a-2b)^2$ همگی مربع کامل و روابط همگی برگشت‌پذیر هستند، پس برای بدیهی بودن رابطه کافی است

$$\text{داشته باشیم: } 2k - 2 \geq 0 \Rightarrow 2k \geq 2 \Rightarrow k \geq 1$$

۳۶ - گزینه ۲

نکته: می‌دانیم: همیشه واسطه حسابی دو عدد از واسطه هندسی آنها بزرگتر مساوی است پس:

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}, \frac{y+z}{2} \geq \sqrt{yx}, \frac{x+z}{2} \geq \sqrt{xz}$$

$$\rightarrow \frac{(x+y)(y+z)(x+z)}{8} \geq xyz \rightarrow (x+y)(y+z)(x+z) \geq 8xyz$$

$$\rightarrow \frac{3}{8}(x+y)(y+z)(x+z) \geq \frac{3}{8} \times 8xyz \rightarrow \frac{3}{8}(x+y)(y+z)(x+z) \geq 3xyz$$

۳۷ - گزینه ۳

$$\frac{a-b}{1-ab} > -1 \Leftrightarrow \frac{b-a}{1-ab} < 1 \Leftrightarrow b-a < 1-ab \Leftrightarrow$$

$$1-ab-b+a > 0 \Leftrightarrow (1-b)+a(1-b) > 0 \Leftrightarrow (1-b)(a+1) > 0 \Leftrightarrow (1-b)(a+1) > 0$$

دلیل نادرستی گزینه ۱ $n = 5 \rightarrow n^2 = 25 = 25k \nRightarrow n = 25k$

$$x = y = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 \neq 1 \quad \text{دلیل نادرستی گزینه ۲}$$

$$x = 5k, y = 5k' \Rightarrow x + y = 5q \quad \text{دلیل نادرستی گزینه ۴}$$

$$x + y = 5(x=2, y=3) \nRightarrow x, y = 5k$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{5}{2}y^2 + 5z^2 - 2xy + 3xz - yz \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 4yx + 6xz - 2yz \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 4y^2 - 4yx) + (x^2 + 9z^2 + 6xz) + (y^2 + z^2 - 2yz) \geq 0$$

$$(x - 2y)^2 + (x + 3z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$$

$$\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \rightarrow m + n - k = 5 + 1 = 6 \\ k = -1 \end{cases}$$

۳۹ - گزینه ۱

$$\frac{4}{a+b} = \frac{4}{a} + \frac{4}{b} \div 4 \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\rightarrow \frac{1}{a+b} = \frac{b+a}{ab} \rightarrow ab = (a+b)^2 \rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = ab$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + ab = 0 \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2ab = 0$$

$$\rightarrow (a+b)^2 + a^2 + b^2 = 0 \rightarrow a+b=0, \wedge a=0, \wedge b=0$$

مسئله جواب ندارد با توجه به مفروضات سوال هیچ کدام قابل قبول نیست.

۴۰ - گزینه ۱

چون $\frac{m}{n}$ عددی گویا هست و $m \in \mathbb{Q}$ پس لزوماً $m = 0$ است پس

$m^n = 0$ و $mn^2 = 0$ و $3mn = 0$ ولی $m^2 + 2n = 2n$ و گنگ است.

۳۱- گزینه ۳

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \vee p \equiv \underbrace{[(\sim p \vee q) \wedge q]}_{\text{قانون جذب}} \vee p \equiv q \vee p \equiv p \vee q \equiv \sim(\sim p) \vee q \equiv \sim p \Rightarrow q$$

۳۲- گزینه ۳

چون گزاره‌ی $p \Rightarrow q$ نادرست است، پس p درست و q نادرست است و چون گزاره‌ی $\sim r$ درست است، پس r نادرست می‌باشد، داریم:

گزینه‌ی ۱: $(\sim q \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow p \equiv (T \Leftrightarrow F) \Leftrightarrow T \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$

گزینه‌ی ۲: $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (T \vee F) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

گزینه‌ی ۳: $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (T \wedge F) \Rightarrow F \equiv F \Rightarrow F \equiv T$

گزینه‌ی ۴: $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow r \equiv (F \Rightarrow T) \Leftrightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

۳۳- گزینه ۱

اگر p درست باشد، گزاره همواره درست است، زیرا در صورت درست بودن r ، ترکیب شرطی همواره درست خواهد بود.

اگر p نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow (q \vee \sim r)$ به انتفای مقدم درست خواهد بود. حال گزاره‌ی اصلی صورت سؤال نادرست خواهد بود، زیرا فرض آن درست اما حکم نادرست است.

بنابراین گزاره‌ی $p \Rightarrow (q \vee \sim r) \Rightarrow p$ هم‌ارز با گزاره‌ی p است.

۳۴- گزینه ۳

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $[p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv r$ و $[(q \Rightarrow p) \Rightarrow q] \equiv s$ باشند، آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

همان طور که مشاهده می‌شود، گزاره‌ی موردنظر هم‌ارز منطقی با گزاره‌ی q است.

۳۵- گزینه ۳

$$p \equiv T$$

دلخواه $r, q \equiv$

گزینه‌ی ۱:

به ارزش q و r بستگی دارد. $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv T \Rightarrow q \wedge r$

گزینه‌ی ۲:

به ارزش q و r بستگی دارد. $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee q) \equiv T \Rightarrow r \vee q$

گزینه‌ی ۳:

$$r \Rightarrow (p \vee q) \equiv r \Rightarrow T \equiv T$$

گزینه‌ی ۴:

به ارزش q و r بستگی دارد. $(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q)$

۳۶- گزینه ۲

حاصل عبارات داده شده وقتی زوج است که n به صورت $4k$ یا $4k-1$ باشد که ۲۹۰ تا از اعداد داده شده این خاصیت را دارند.

۳۷- گزینه ۳

فقط در حالت آخر دو گزاره هم‌ارز نیستند چون ممکن است x^2 برابر ۱ باشد ولی x برابر ۱ نباشد.

۳۸- گزینه ۲

۳۹- گزینه ۴

حکم (اگر $A \cup B = A \cup C$ ، آنگاه $B = C$) غلط است و برای رد کردن آن از مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A \cup B = A \cup C$ باشد؛ اما $B \neq C$ که گزینه ۴ جواب است.

۴۰- گزینه ۱

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب کرده و سپس تمامی عبارت‌ها را به سمت چپ نامساوی منتقل می‌کنیم:

$$a^2 + 5b^2 + k \geq a + b + 2ab \Leftrightarrow 2a^2 + 10b^2 + 2k \geq 2a + 2b + 4ab \Leftrightarrow 2a^2 + 10b^2 + 2k - 2a - 2b - 4ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 - 4ab + 4b^2) + 2k - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + (a-2b)^2 + (2k-2) \geq 0$$

سه عبارت $(a-1)^2$ ، $(b-1)^2$ و $(a-2b)^2$ همگی مربع کامل و روابط همگی برگشت‌پذیر هستند، پس برای بدیهی بودن رابطه کافی است

$$2k - 2 \geq 0 \Rightarrow 2k \geq 2 \Rightarrow k \geq 1$$

داشته باشیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4} (2\pi r) + 28 = 118 \\ \text{مسافت طی شده} \\ \text{جایابی: } \sqrt{48^2 + 20^2} = 52 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{52}{118} = \frac{26}{59}$$

۴۲ - گزینه (محمدجوادحیدری)

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = \frac{2\pi r_1}{\Delta t_1} = \frac{2\pi \times 20}{60} \text{ cm/min} \\ S_2 = \frac{2\pi r_2}{\Delta t_2} = \frac{2\pi \times 10}{12 \times 60} \text{ cm/min} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi \times 10}{2\pi \times 10} = 24$$

۴۳ - گزینه (محمدجوادحیدری)

$\Delta x =$ اندازه جابجایی

مسافت $\Delta x + 8 + 8 = 16 + \Delta x$

$$\bar{S} - \bar{V} = \frac{(16 + \Delta x) - \Delta x}{\Delta t} = 1 \frac{m}{s}$$

۴۴ - گزینه (محمدجوادحیدری)

متحرک ۸ متر در جهت محور پیش می رود و سپس ۲۴ متر در خلاف جهت بر می گردد بنابراین بعد از ۲۰ ثانیه در مکان $x = -16$ قرار می گیرد.

$$\bar{V} = \frac{-16}{20} = -0.8 \frac{m}{s}$$

۴۵ - گزینه (محمدجوادحیدری)

ابتدا معادله را تجزیه می کنیم.

$$v = 2t(t^2 - 6t + 9) = 2t(t-3)^2$$

در $t=0$ حرکت آغاز شده در تغییر جهت به حساب نمی آید و در $t=3$ نیز علامت سرعت عوض نشده پس کلا تغییر جهت نداریم.

۴۶ - گزینه (محمدجوادحیدری)

$$A: \Delta X = \frac{30 \times 10}{2} = 150 \text{ m}$$

$$B: \Delta X = \frac{-12 \times 6}{2} + \frac{8 \times 4}{2} = -36 + 16 = -20 \text{ m}$$

فاصله A تا B $150 + 20 = 170 \text{ m}$

اولین لحظه تغییر جهت حرکت $t = 5s$ و دومین لحظه صفر شدن بردار مکان $t = 55s$ است :

$$S_{av} = \frac{36 + 20}{50} = \frac{56}{50} = \frac{28}{25} \text{ m}$$

۴۸- گزینه ۳ (پوریا دیارکجوری)

$$\frac{S_{av}}{|V_{av}|} = \frac{1}{|\Delta x|} = \frac{20 + 2 \times \frac{3}{4} \times 20 + 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 20 + \dots}{20} = 1 + 2 \times \left(\frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots\right)$$

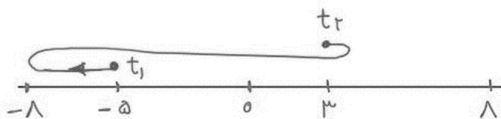
$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots \\ \frac{3}{4}A = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots \end{array} \right\} \frac{1}{4}A = \frac{3}{4} \Rightarrow A = 3 \Rightarrow \frac{S_{av}}{V_{av}} = 7$$

۴۹- گزینه ۴ (پوریا دیارکجوری)

برای راحت تر شدن محاسبات در جابجایی، ثابت 1402 را کنار میگذاریم

$$\left. \begin{array}{l} x'_1 = 0 + \frac{6}{1} = 6m \\ x'_2 = -8 + \frac{6}{3} = -6m \end{array} \right\} |V_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{12}{4} = 3$$

۵۰- گزینه ۳ (پوریا دیارکجوری)



اگر الگوی حرکت محترک مانند شکل باشد، دوبار تغییر جهت داده و بیشترین طول بردار مکان 8 m است، در حالی که مسافت طی شده کمی بیشتر از 14 m است که یعنی گزینه ۳ لزوما درست نیست

۵۱- گزینه ۳ (پوریا دیارکجوری)

الف) درست، زیرا $X_2 = X_1 = 0$

- ب) نادرست، زیرا متحرک در بازه زمانی 4 s تا 10 s تغییر جهت داده و در نتیجه مسافت طی شده توسط متحرک بیشتر از 40 متر است.
 پ) درست، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان 20 متر است.
 ت) درست، تغییر جهت حرکت در نمودار مکان، قله یا دره است که تعداد آن‌ها سه تا است.

۵۲ - گزینه ۲ (حسن محمدپور)

وزن و نیروی الکتریکی برداری هستند

۵۳ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

$$Q = K \frac{At\Delta T}{L} \rightarrow K = \frac{QL}{At\Delta T} \rightarrow \frac{J \times m}{m^r \cdot s \cdot K} = \frac{\frac{Kg \cdot m^r}{s^r} \times m}{m^r \cdot s \cdot K} = \frac{Kg \cdot m}{s^r \cdot K}$$

۵۴ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

حجم نیمه پایین مخروط، $\frac{V}{8}$ ، حجم کل است

$$V \text{ خواسته شده: } \frac{V}{8} \times \frac{1}{3} \times 40 \times 20$$

$$\frac{\text{حجم}}{\text{مدت زمان}} = 0.2 \frac{dm^r}{min} = \frac{0.2 \times 10^3 \times 10^6}{60 \cdot s} = \frac{\frac{V}{8} \times \frac{1}{3} \times 40 \times 20}{\Delta t}$$

$$\frac{200}{60} = \frac{3}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 70 \cdot s$$

۵۵ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

$$9/8 N/Kg = 9/8 m/s^r \times \frac{min^r}{in} = 9/8 \times \frac{m \times 60^r \times 10^r s^r}{s^r \times 2/5} = 14112 = 1/4112 \times 10^6 \frac{in}{min^r}$$

۵۶ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

$$m = \rho v = \rho \times \frac{4}{3} \pi (R^r - r^r) = 9 \times 4 (\Delta^r - 4^r) = 2196g$$

۵۷ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

$$m = m \rightarrow \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \rightarrow 1 \times v = 0/9 (v + 20) \rightarrow 0/1v = 18 \rightarrow v = 18 \cdot cm^r$$

حجم آبی که یخ زده است .

۵۸ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

الف) مواد شوینده کشش سطحی آب را کاهش می دهند

ب) کشش سطحی جیوه بیشتر از آب است

پ) مقداری از لوله که در آب فرو می رود تاثیری بر ارتفاع آب داخل لوله ندارد .

۵۹ - گزینه ۳

(حسن محمدپور)

$$\rho = \frac{FN}{A} = \frac{mg}{A} \rightarrow \frac{\rho}{\rho} = \frac{A}{A} = \frac{a^2}{\pi a^2} = \frac{1}{\pi}$$

۶۰ - گزینه ۴ (حسن محمدپور)

طبق رابطه $P = \rho gh$ ، شیب نمودار برابر ρg است و با توجه به اینکه $\rho_2 > \rho_1$ هست بنابراین شیب قسمت دوم نمودار باید بیشتر باشد.

ابتدا جرم میانگین را محاسبه می کنیم

$$A = 40 + 4 \times 0 / 12 + 6 \times 0 / 18 = 41 / 56$$

جرم میانگین

فرمول حاصل از ترکیب A باشد به صورت $A_p N_p$ می باشد

$$(3 \times 41 / 56) + (2 \times 14) = 152 / 68 \text{ g.mol}^{-1}$$

جرم مولی

که نزدیکترین گزینه به عدد به دست آمده، گزینه ۲ می باشد.

عبارت های الف و ت نادرست هستند .

دلیل نادرستی عبارت ها :

الف : عدد اتمی در یک دوره صعودی ولی جرم اتمی اغلب صعودی است

ت : عنصرهای X, Y, Z به ترتیب به دسته های d, d, s تعلق دارند

عبارت های الف و ت نادرست هستند

دلیل نادرستی عبارت های الف و ت :

الف - در مدل بور اشاره ای به وجود زیر لایه ها نشده است

ت) مدل بور فقط برای اتم هیدروژن ارائه شده است .

هر مول HNO_3 دارای ۵ مول اتم و هر مول SO_4^{2-} دارای ۵۰ مول الکترون است .

$$\text{مول } \text{HNO}_3 = \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{12/6}{63} = 0/2 \rightarrow \text{مول اتم} = 0/2 \times 5 = 1$$

$$\text{مول } \text{SO}_4^{2-} = \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{1/92}{96} = 0/02 \rightarrow \text{مول الکترون} = 0/02 \times 50 = 1$$

۶۶ - گزینه ۱

هر چهار عبارت داده شده نادرست هستند .

بررسی عبارت ها :

الف) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب های داده شده به صورت

روبیدیم سولفید < منیزیم نیتريد < گالیم فسفید است .

ب) گاز کلر بی بو نیست .

پ) اتم هلیم دارای دو الکترون ظرفیتی و مدل الکترون - نقطه ای آن به صورت He است .

ت) سدیم کلرید ترکیب یونی است و مولکول های مستقل و جدا از هم ندارد.

۶۷ - گزینه ۲

در تشکیل ۱ مول سدیم اکسید ، ۲ مول الکترون مبادله می شود .

$$\text{هر مول الکترون} = \frac{1}{20} \times 2 = \frac{1}{10}$$

$$\text{هر مول ۲ الکترون} = \frac{3/1}{62} = \frac{1}{20} \text{ مول } \text{Na}_2\text{O}$$

$$\text{مول آنیون} = \frac{x}{248} \times 2 = \frac{2x}{248}$$

$$\text{هر مول ۲ آنیون} = \frac{x}{248} \text{ مول } \text{SrBr}_2$$

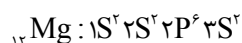
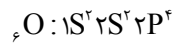
$$\rightarrow \frac{1}{10} = \frac{2x}{248} \rightarrow x = \frac{248}{20} = 12/4$$

۶۸ - گزینه ۴

الف درست است . لایه اول و دوم بیشترین تفاوت انرژی و لایه ششم و هفتم کمترین تفاوت انرژی را دارند

ب) درست است : در مدل لایه ای اتم ، الکترون در هر لایه ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته حضور دارد اما در محدوده یاد شده احتمال حضور بیشتری دارند .

پ) درست است . اکسیژن اولین و منیزیم دومین عنصر از جدول دوره ای هستند که شمار الکترون های $l=0, l=1$ برابر دارند .



ت) درست است . اولین عنصری که اتم آن ۱۱ الکترون با $L=2$ دار $1s^2 3d^1 4s^2 [kr]$ است که عدد اتمی $39=2+1+36$ دارد .

تعداد عنصرها : $(118-39)+1=80$

۶۹- گزینه ۱

تنها عبارت اول نادرست است .

Z, Y, X به ترتیب عنصرهای ${}_{26}\text{Fe}$, ${}_{15}\text{P}$, ${}_{31}\text{Ga}$ می باشند .

عبارت اول : عنصر Ga با کلر ترکیب GaCl_3 می دهد که Ga به ارایش گاز نجیب نمی رسد .

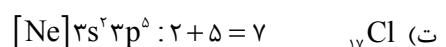
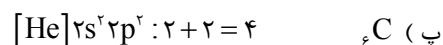
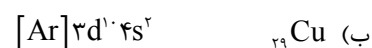
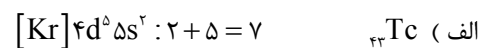
عبارت دوم : رادیو ایزوتوپی از فسفر در ایران ساخته می شود .

عبارت سوم عنصر آهن فراوانترین عنصر در سیاره زمین است .

عبارت چهارم ، نماد گالیوم دو حرفی (Ga) و نماد عنصر آهن نیز دو حرفی است

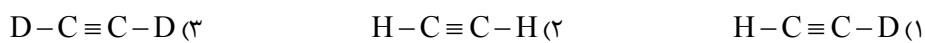
۷۰- گزینه ۲

لایه ظرفیت عنصر A به صورت $(n-1)d^{\Delta}ns^{\Sigma}$ است . $\Sigma = 2 + 5 = 7$: تعداد الکترون ظرفیتی A



۷۱- گزینه ۲

اگر هر دو کربن ۱۲ باشد . ۳ حالت می توان در نظر گرفت .



همین ۳ حالت را می توان برای زمانی که هر دو کربن ۱۳ باشد در نظر گرفت . اما اگر یک کربن ۱۲ و دیگری ۱۳ باشد ۴ حالت وجود دارد .



۷۲- گزینه ۲

$$92\text{gN}_2\text{O}_f \times \frac{1\text{molN}_2\text{O}_f}{92\text{gN}_2\text{O}_f} \times \frac{2\text{molN}}{1\text{molN}_2\text{O}_f} = 41/75\text{gClO}^-_x \times \frac{1\text{molClO}^-_x}{35/5+16x}\text{g} \times \frac{(1+x)}{1\text{molClO}^-_x} \rightarrow x = 3$$

۷۳- گزینه ۴

لزوما با افزایش عدد اتمی، شمار خطوط رنگی در طیف نشری افزایش نمی یابد.

۷۴ - گزینه ۲

عنصر مورد نظر دارای آرایش الکترونی $3s^2 3p^4$ در لایه ظرفیت است .

$$\dot{S}: \rightarrow 22 = (2 \times (3 + 0)) + (4 \times (3 + 1)) = \text{مجموع اعداد کوانتومی لایه ظرفیت}$$

۷۵ - گزینه ۱

موارد الف و ب نادرست هستند

S^{2-} می تواند مربوط به Li^+, He, H^- باشد .

آخرین زیر لایه ی Fe^{2+} $3d$ است که مجموع اعداد کوانتومی برابر ۵ دارد